

基于刚性约束的双移动机器人协同定位

刘剑锋¹, 孙力帆^{1,2}, 普杰信¹, 何子述², 王燕玲¹

(1. 河南科技大学信息工程学院, 河南洛阳 471023; 2. 电子科技大学信息与通信工程学院, 四川成都 611731)

摘要: 准确、快速的状态估计是保证多机器人顺利完成协作搬运任务的关键。然而, 大部分现有多机器人协同定位方法都存在一定的局限性, 往往无法同时兼顾定位精度与计算复杂度。因此, 本文从协作搬运任务的特点出发, 将距离与方位的刚性约束条件引入协同定位中, 同时根据机器人之间的紧密耦合关系建立起通用有效的运动模型和量测模型。最终在此刚性约束系统建模的基础上, 提出一种基于高斯-厄米特求积分卡尔曼滤波(Quadrature Kalman Filter, QKF)的双移动机器人协同定位方法。仿真实验结果表明: 与基于无约束模型的 QKF 协同定位方法相比, 本文所提方法不但具有更高的定位精度, 而且计算复杂度大大降低, 有助于实现多机器人实时协同定位。

关键词: 协同定位; 协作搬运; 刚性约束; 求积分卡尔曼滤波; 双机器人系统; 时间复杂度分析

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2020)09-1777-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.09.016

Cooperative Localization in a Team of Two Mobile Robots Based on Rigid Constraints

LIU Jian-feng¹, SUN Li-fan^{1,2}, PU Jie-xin¹, HE Zi-shu², WANG Yan-ling¹

(1. School of Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471023, China;

2. School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China)

Abstract: Accurate and fast estimation for states is the key to the multi-robot cooperative transportation. However, the majority of the existing multi-robot cooperative localization approaches have a common limitation in which they cannot satisfy the requirements to the positioning accuracy and computational complexity. According to the task characteristics of cooperative transportation, the rigid constraints of the range and azimuth information are first introduced into the cooperative localization. Moreover, the close coupling relationship between robots is fully utilized to establish the general and effective kinematics and measurement models with the rigid constraints. This facilitates the derivation of an efficient approach to the dual-robot cooperative localization based on Gauss-Hermite quadrature Kalman filter (QKF). Experimental results demonstrate that the proposed approach has much higher positioning accuracy than the QKF cooperative localization approach based on unconstrained models, and reduces the computational complexity largely. This paves the way for the real-time cooperative localization in practical applications.

Key words: cooperative localization; cooperative transportation; rigid constraint; quadrature Kalman filter; dual-robot system; time complexity analysis

1 引言

多移动机器人因其能够完成大型重物、复杂零部件的协作搬运任务, 具有单体移动机器人无法比拟的

优势与潜能, 目前已被广泛应用于军事和民用领域^[1-3]。其中, 如何对它们进行精确定位是顺利完成搬运任务的基础和关键^[4]。然而, 由于传统定位(如视觉定位^[5,6]、组合导航^[7]等)方法通常没有考虑协作机器

收稿日期: 2019-08-30; 修回日期: 2019-12-17; 责任编辑: 覃怀银

基金项目: 国家“十三五”装备预研共用技术和领域基金(No. 61403120207); 国家国防基础研究计划(No. JCKY2018419C001); 国家自然科学基金(No. U1504619, No. 61671139, No. 61573020); 航空科学基金(No. 20185142003); 河南省科技攻关计划项目(No. 182102110397, No. 192102210064, No. 172102310636)

人之间的相关性,致使所计算得出的相对信息往往具有较大误差,从而无法保证搬运任务中多机器人协同控制的精确性^[8].

多机器人协同定位 (Cooperative Localization, CL) 为解决该问题提供了有效途径,即能够充分利用机器人间的交互信息来改善定位性能^[9],具有计算效率高、鲁棒性强等优点^[10]. 现有主流协同定位方法主要基于滤波器实现^[11],由于该类方法能够从含有噪声的量测数据中递归估计出机器人的位姿状态,具有较好的实时性,因此得到了广泛研究. 例如王玲等^[12]使用扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman Filter, EKF) 融合相对方位实现协同状态估计,但定位精度一般. 因此 Burchett^[13]从滤波器角度出发,使用精度更高的无迹卡尔曼滤波器 (Unscented Kalman Filter, UKF) 以降低估计误差. 而华承昊等^[14]则根据最大熵博弈挑选出一致程度最优的量测信息对定位精度进行改善. 然而,相对量测数据的精确性易受到环境、传感器性能及量测噪声影响,会使得滤波器性能不可避免地产生下降. 为解决此问题,许多文献根据任务或模型特性添加约束条件来限制误差上界,例如 Liu 等^[15]利用约束因子剔除精确度较差的量测值以削弱其对性能带来的不利影响. Indelman 等^[16]则通过构建基于三视图几何约束的量测方程来限定待估计状态的空间范围. 这些方法虽然能在不同程度上提高协同定位性能,却是以增加其计算负担为代价. 为此 Nilsson 等^[17]将空间距离约束引入步进运动模型,能够在保证定位精度的前提下显著降低计算复杂度. 但该模型并不适用于多机器人协作搬运任务.

因此,本文以双移动机器人协作搬运任务为背景,旨在解决现有基于约束的协同定位方法难以同时保证定位精度与计算效率的问题. 通过引入刚性约束条件得到定位状态间的耦合关系,进而建立基于刚性约束的双机器人协同运动模型与量测模型,并在此基础上结合高精度的高斯-厄米特求积分卡尔曼滤波器 (Quadrature Kalman Filter, QKF),提出一种基于刚性约束的协同定位方法,以实现多机器人精确、快速的位姿估计.

2 多机器人系统模型

2.1 环境假设

若 N 个同构移动机器人在二维平面中运动,为了能够获取用于协同定位的足够信息,需满足以下假设条件:

假设 1 每个机器人均配备能够感知自身运动的内部传感器 (可测得运动线速度与角速度).

假设 2 每个机器人配有外部传感器来测量其与其他机器人之间的相对距离及相对方位,并识别出相

对信息的来源.

假设 3 机器人之间可进行相互通信,能够实现各机器人状态和量测信息的共享.

2.2 运动模型

为了从内部传感器测量到的运动信息中推算出机器人的位姿,需首先建立运动模型. 假设由 N 个机器人组成的多机器人系统在时刻 k 的状态向量为 $\mathbf{X}_{R,k} = [\mathbf{X}_{R_1,k}^T, \mathbf{X}_{R_2,k}^T, \dots, \mathbf{X}_{R_N,k}^T]^T$, 则第 i 个机器人 R_i 的离散运动方程为:

$$\begin{cases} x_{i,k+1} = x_{i,k} + T \cdot v_{i,k} \cos \theta_{i,k} \\ y_{i,k+1} = y_{i,k} + T \cdot v_{i,k} \sin \theta_{i,k} \\ \theta_{i,k+1} = \theta_{i,k} + T \cdot \omega_{i,k} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{X}_{R_i,k} = [x_{i,k}, y_{i,k}, \theta_{i,k}]^T$ 表示第 i 个机器人 R_i 的状态向量, x_i, y_i 分别表示其在二维导航坐标系中的横纵坐标, θ_i 表示机器人朝向与导航坐标系 x 轴正半轴的夹角, T 为采样时间. $\mathbf{u}_{R_i,k} = [v_{i,k}, \omega_{i,k}]^T$ 是控制向量,表示控制运动输入的线速度与角速度.

假设 $\mathbf{u}_{R,k} = [\mathbf{u}_{R_1,k}^T, \mathbf{u}_{R_2,k}^T, \dots, \mathbf{u}_{R_N,k}^T]^T$ 为多机器人联合控制向量,则多机器人运动模型可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{R,k+1} &= f(\mathbf{X}_{R,k}, \mathbf{u}_{R,k}, \mathbf{w}_{R,k}) \\ &= \mathbf{X}_{R,k} + T \cdot \Phi_{R,k}(\mathbf{u}_{R,k} + \mathbf{w}_{R,k}) \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{w}_{R,k} = [\mathbf{w}_{1,k}^T, \mathbf{w}_{2,k}^T, \dots, \mathbf{w}_{N,k}^T]^T$ 为过程噪声, $\mathbf{w}_{i,k} = [\delta v_{i,k}, \delta \omega_{i,k}]^T$ 服从高斯分布 $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{R_i})$.

若 $\mathbf{Q}_{R_i} = \begin{bmatrix} \sigma_{v_i}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\omega_i}^2 \end{bmatrix}$, 那么 $\mathbf{w}_{R,k}$ 的协方差矩阵

$$\mathbf{Q}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{R_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_{R_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{Q}_{R_N} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{R,k} = \begin{bmatrix} \Phi_{R_1,k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_{R_2,k} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{R_N,k} \end{bmatrix}$$

为驱动矩阵,其中的第 i 个元素 $\Phi_{R_i,k} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{i,k} & 0 \\ \sin \theta_{i,k} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2.3 量测模型

在运动过程中,一旦机器人 R_i 在某一时刻观测到机器人 R_j ,即可利用其外部感知传感器测量到两者相对信息. 机器人 R_i 与 R_j 之间的相对距离和相对方位可由下式进行解算:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (3)$$

$$\alpha_{ij} = \tan^{-1} \left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right) - \theta_i \quad (4)$$

其中, d_{ij} 、 α_{ij} 分别为机器人 R_j 相对于 R_i 的距离和方位角. 假设共有 p 个相对量测数据, 则它们可共同组成相对量测向量 $\mathbf{Z}_r = [z_{r_1}, z_{r_2}, \dots, z_{r_p}]^T$. 除了相对量测外, 机器人还有可能观测到一些全局信息. 与此同时, 若有 q 个绝对量测数据, 那么它们可组成绝对量测向量 $\mathbf{Z}_a = [z_{a_1}, z_{a_2}, \dots, z_{a_q}]^T$. 相应地, k 时刻多机器人系统量测模型的一般形式为:

$$\mathbf{Z}_{R,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{a,k} \\ \mathbf{Z}_{r,k} \end{bmatrix} = h(\mathbf{X}_{R,k}) + \mathbf{v}_k \quad (5)$$

其中 $h(\cdot)$ 为量测方程, $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ 为量测噪声且各噪声分量相互独立. $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \end{bmatrix}$ 为量测噪声协方差矩阵, 其中 $\mathbf{R}_a = \text{diag}(\sigma_{a_1}^2, \sigma_{a_2}^2, \dots, \sigma_{a_q}^2)$ 和 $\mathbf{R}_r = \text{diag}(\sigma_{r_1}^2, \sigma_{r_2}^2, \dots, \sigma_{r_p}^2)$ 分别为绝对和相对量测噪声的协方差矩阵.

3 基于刚性约束的双机器人系统模型

3.1 环境假设与约束条件

在协作搬运任务中, 机器人的实际运动通常会受到所搬运物体的限制. 例如搬运物体是刚体, 那么该限制为刚性约束, 在刚体与机器人构成的系统中, 两机器人被视作受约束体. 在刚性约束下, 运动需要满足一定条件才能保证任务顺利执行^[18], 因此, 通常需要满足假设:

假设 4 两机器人在协作搬运运动过程中, 朝向始终保持一致, 以避免对刚体产生不同方向的拉伸力导致其脱落.

假设 5 在搬运过程中, 刚体始终保持水平, 与两机器人的接触位置通过使用旋转机构(如机械臂末端执行器、转台等)来固定, 机器人可利用内部传感器测量出所搬运刚体相对于自身机体的角度.

3.2 基于刚性约束的运动模型

由于引入了刚性约束, 两机器人相对距离为定值, 假设两机器人几何中心连线长度为 L , 则有 $d_{ij} = L$ (如图 1 所示). 整个刚性约束模型可以类比为汽车转向机构, 其中两机器人相当于转向机构的两个转向轮, 所搬运刚体相当于转向机构中连接转向轮的前轴. 由此刚性约束下的相关状态可解算出两机器人的位姿, 实现对状态向量的降维.

基于以上思想, 本文定义刚体状态为 $\mathbf{X} = [x_c, y_c, \varphi, \theta]^T$, 其中 (x_c, y_c) 为两机器人几何中心连线中点的坐标, 表示所搬运刚体的位置; φ 为 (x_c, y_c) 到 (x_i, y_i) 延长线与 x 轴正半轴夹角, 表示刚体的姿态; θ 为机器人朝向与 x 轴正半轴夹角, 表示刚体的运动方向. 那么由图 1 可得状态转换关系:

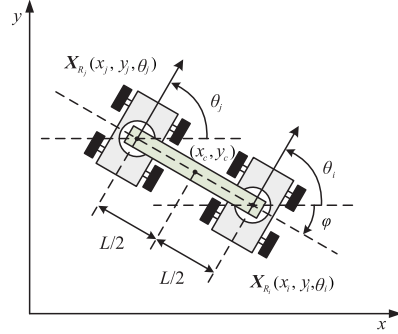


图1 基于刚性约束的双机器人系统模型示意图

$$\mathbf{X}_R = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \\ x_j \\ y_j \\ \theta_j \end{bmatrix} = \text{Tran}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} x_c + L\cos\varphi/2 \\ y_c + L\sin\varphi/2 \\ \theta \\ x_c - L\cos\varphi/2 \\ y_c - L\sin\varphi/2 \\ \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 $\text{Tran}(\cdot)$ 为将刚体状态 \mathbf{X} 转换为机器人状态 \mathbf{X}_R 的非线性转换函数.

由 3.1 中提到的假设条件可知, 在协作搬运移动过程中, 两机器人的朝向角始终保持一致, 那么当机体产生转向运动时, 它们的角速度将由于刚性约束始终保持一致, 因此控制向量可表示为 $\mathbf{u} = [v_i, v_j, \omega]^T$, 刚性约束条件为:

$$\begin{cases} x_c = (x_i + x_j)/2 \\ y_c = (y_i + y_j)/2 \\ \theta = \theta_i = \theta_j \end{cases} \quad (7)$$

由刚性约束可得到间隔时间为 T 的机器人运动情况(如图 2 所示). 当两机器人分别沿半径为 r_i 和 r_j 的圆弧运动时, 刚体的姿态角 φ 会发生变化, 但由于采样间隔 T 很小, 弧线运动距离可近似等于直线运动距离, 因此有

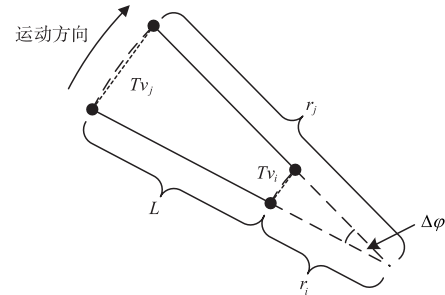


图2 刚体位姿变化示意图

$$\Delta\varphi = T \cdot (v_j - v_i) / L \quad (8)$$

联立式(1)、(7)和(8)可得基于刚性约束的双机器人离散运动方程:

$$\begin{cases} x_{c,k+1} = x_{c,k} + T \cdot (v_{i,k} + v_{j,k}) \cos\theta_k/2 \\ y_{c,k+1} = y_{c,k} + T \cdot (v_{i,k} + v_{j,k}) \sin\theta_k/2 \\ \varphi_{k+1} = \varphi_k + T \cdot (v_{i,k} - v_{j,k})/L \\ \theta_{k+1} = \theta_k + T \cdot \omega_k \end{cases} \quad (9)$$

相应的运动模型可表示为:

$$\mathbf{X}_{k+1} = f(\mathbf{X}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k) = \mathbf{X}_k + T \cdot \Phi_k(\mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k) \quad (10)$$

其中控制矩阵

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \cos\theta_k/2 & \cos\theta_k/2 & 0 \\ \sin\theta_k/2 & \sin\theta_k/2 & 0 \\ 1/L & -1/L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{w}_k = [\delta v_{i,k}, \delta v_{j,k}, \delta \omega_k]^T$ 为过程噪声,服从高斯分布 $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$, $\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_{v_i}^2, \sigma_{v_j}^2, \sigma_{\omega}^2)$.

3.3 基于刚性约束的量测模型

由 3.1 中假设条件可知,刚体与两机器人机体的接触位置是固定的,那么机器人之间无需进行相对距离测量. 相对方位则可通过机器人内部的角度传感器测得,而无需使用任何外部传感器. 因此,基于刚性约束的量测模型为:

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} \gamma_{i,k} - \pi \\ \gamma_{j,k} \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k \quad (11)$$

其中 $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ 为线性量测矩阵, $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$

为量测噪声, γ_i, γ_j 为两机器人内部角度传感器读数,分别表示水平旋转机构与机器人朝向之间的相对角度. 这两个角度量测看似是互补的冗余信息,但由于它们各自的测量误差互不相关,因而均能提供有用的信息. 除此之外,机器人还可能获取绝对量测信息. 假设机器人 R_i 在 k 时刻获得绝对位置量测 $(x_{i,k}^{\text{obs}}, y_{i,k}^{\text{obs}})$, 那么相应的量测模型可表示为:

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} x_{i,k}^{\text{obs}} \\ y_{i,k}^{\text{obs}} \\ \gamma_{i,k} \\ \gamma_{j,k} \end{bmatrix} = h(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} x_{c,k} + L\cos\varphi_k/2 \\ y_{c,k} + L\sin\varphi_k/2 \\ \varphi_k - \theta_k + \pi \\ \varphi_k - \theta_k \end{bmatrix} + \mathbf{v}_k \quad (12)$$

4 基于刚性约束的双机器人 QKF 协同定位

由于受到运动噪声及其他不确定性因素的影响,直接使用运动模型推算所产生的位姿误差较大且随运动距离累积,那么协同定位通过引入相对量测信息可实现对误差的补偿. 定位一般是实时进行的,通常可在贝叶斯滤波框架内对运动模型和量测信息进行融合. 实际上,该框架内融合量测模型的定位问题可以描述为对状态的后验概率进行估计的问题. 求积分卡尔曼

滤波器^[19]是一种利用高斯-厄米特积分逼近非线性系统后验概率分布的高精度滤波器,然而其较高的计算复杂度限制了它的应用范围. 通过充分利用 QKF 的高精度优势和刚性约束模型可对状态降维的特点,实现定位精度和效率上的权衡,以满足协同搬运中对机器人的定位需求. 为此,本文提出一种基于刚性约束的双移动机器人 QKF 协同定位方法,具体如下.

4.1 状态初始化与参数初始化

首先,对刚体状态 \mathbf{X}_0 及其协方差矩阵 \mathbf{P}_0 进行初始化. 然后,合理设定 QKF 中的积分点数 m , 并求出多变量积分点配置. 需要注意的是, m 越大,则求积分过程使用的积分点越多,计算量越大.

单变量积分点的配置需要首先找到厄米特多项式 $H_m(\lambda)$ 的 m 个根 $\{\lambda_i\}_{i=1}^m$, 并计算其相应的求积分点与系数:

$$\xi_i = \sqrt{2}\lambda_i \quad (13)$$

$$a_i = \frac{2^m \cdot m!}{m^2 [H_{m-1}(\lambda_i)]^2} \quad (14)$$

对于 n_x 维变量的积分点配置向量集 $\{\xi_i\}_{i=1}^l$ 与系数集 $\{a_i\}_{i=1}^l$, 可通过 Kronecker 张量积对单变量配置进行扩展得到,或通过构造三角对称矩阵 \mathbf{J} 来求得^[20], 其中 $l = m^{n_x}$, $\xi_i = [\xi_{i_1}, \dots, \xi_{i_{n_x}}]^T$, $a_i = \prod_{j=1}^{n_x} a_{i_j}$.

4.2 状态预测

假设在 k 时刻,已知后验概率密度函数 $p(\mathbf{X}_{k-1} | \mathbf{Z}_{1:k-1})$ 服从 $\mathcal{N}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1})$ 分布,那么首先对前一时刻的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ 进行 Cholesky 分解:

$$\mathbf{P}_{k-1|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \mathbf{S}_{k-1|k-1}^T \quad (15)$$

并计算积分点集 $\{\chi_{i,k-1|k-1}\}_{i=1}^l$

$$\chi_{i,k-1|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1} \quad (16)$$

然后通过式(10)对积分点集 $\{\chi_{i,k-1|k-1}\}_{i=1}^l$ 传播得到预测点集

$$\chi_{i,k|k-1}^* = f(\chi_{i,k-1|k-1}) \quad (17)$$

继而估计一步预测状态及其协方差

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^l a_i \chi_{i,k|k-1}^* \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^l a_i \chi_{i,k|k-1}^* \chi_{i,k|k-1}^{*\text{T}} - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}^T + \Phi_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Phi_{k-1}^T \quad (19)$$

4.3 量测更新

首先对预测协方差矩阵进行 Cholesky 分解

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T \quad (20)$$

并计算一步预测状态积分点集 $\{\chi_{i,k|k-1}\}_{i=1}^l$

$$\chi_{i,k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \quad (21)$$

以及通过量测函数传播得到量测积分点集

$$\mathbf{Z}_{i,k|k-1} = h(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) \quad (22)$$

那么一步预测量测值

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^l a_i \mathbf{Z}_{i,k|k-1} \quad (23)$$

和新息协方差矩阵及互协方差矩阵为

$$\mathbf{P}_{ZZ,k|k-1} = \sum_{i=1}^l a_i \mathbf{Z}_{i,k|k-1} \mathbf{Z}_{i,k|k-1}^T - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}^T + \mathbf{R}_k \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_{XZ,k|k-1} = \sum_{i=1}^l a_i \mathbf{X}_{i,k|k-1} \mathbf{Z}_{i,k|k-1}^T - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}^T \quad (25)$$

然后计算得到卡尔曼增益

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{XZ,k|k-1} \mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}^{-1} \quad (26)$$

同时更新状态与协方差

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{ZZ,k|k-1} \mathbf{K}_k^T \quad (28)$$

最终,可根据式(6)将更新后的刚体状态估计 $\hat{\mathbf{X}}_{k|k}$ 转换为机器人状态 $\hat{\mathbf{X}}_{R,k}$,从而得到每个机器人的位姿估计。

5 仿真实验与性能评估

为了对所提出的刚性约束模型及协同定位方法进行评估,考虑如下两组仿真实验:实验一对使用无约束运动模型和刚性约束运动模型所得到的航迹推算结果进行对比,用以验证所提出模型是否具有漂移误差抑制能力;实验二对基于不同模型和滤波器的协同定位方法进行对比,并分别从定位精度和计算效率两方面对实验结果进行分析。所有仿真实验均在 Windows 10 系统下进行,使用 MATLAB R2017a 搭建仿真环境,处理器型号为 Intel Core i7-6600U 3.2GHz,8GB 内存。

5.1 基于刚性约束模型的航迹推算性能评估

航迹推算是指利用机器人内部传感器测量出的运动信息进行增量式推算,从而估计出机器人位姿的方法。因其会受到量测噪声等不确定因素的影响,且没有引入绝对参考信息,推算结果误差通常会随运动距离不断累积,从而逐渐偏离真实运动轨迹。

为了测试所提出模型能否通过引入的刚性约束来抑制漂移误差,基于 3.1 中假设条件,实验一设计了两个仿真场景,它们分别对应的两种运动模式可通过组合产生满足假设条件的任意运动轨迹。场景 1 为两机器人并排直线运动,在此运动过程中,刚体姿态不会发生变化。两机器人在笛卡尔坐标系下的初始位置分别为 (2m,0m) 和 (0m,2m),初始方位角 θ 为 45° ,运动线速度 0.25m/s,运动时间 100s。而在场景 2 下刚体的姿态会发生变化,两机器人运动角速度相同,但线速度不同。两机器人初始位置分别 (2 $\sqrt{2}$ m,1m) 和 (0m,1m),沿顺时针方向运动,它们的线速度分别为 ($\sqrt{2}\pi/50$) m/s 和 ($\sqrt{2}\pi/25$) m/s,角速度均为 ($\pi/100$) rad/s,持续运动

100s。上述实验中,过程噪声方差分别为 $\sigma_v^2 = (0.0125\text{m/s})^2$ 和 $\sigma_\omega^2 = (0.0357\text{rad/s})^2$,采样频率为 10Hz,刚性约束距离均为 $2\sqrt{2}\text{m}$ 。

这里我们定义单个机器人在 k 时刻的绝对距离误差为:

$$e_{i,k} = \sqrt{(\hat{x}_{i,k} - x_{i,k}^{\text{ref}})^2 + (\hat{y}_{i,k} - y_{i,k}^{\text{ref}})^2} \quad (29)$$

其中 $(\hat{x}_{i,k}, \hat{y}_{i,k})$ 和 $(x_{i,k}^{\text{ref}}, y_{i,k}^{\text{ref}})$ 分别为第 i 个机器人在导航坐标系下的估计位置和参考位置,那么多机器人系统定位误差可定义为:

$$e_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_{i,k} \quad (30)$$

其中 N 为机器人的总数。图 3 为两场景下进行 50 次蒙特卡罗仿真后得到的航迹推算平均误差图,采用独立运动模型与刚性约束模型推算得出的定位误差都会随着运动距离增加而逐渐累积,但后者在单位时间内具有更小的状态转移误差,这主要是因为该模型能够通过刚性约束将漂移误差均匀分配给每个机器人。因此,本文提出的刚性约束模型能够有效减缓航迹推算累积误差的增长速度。

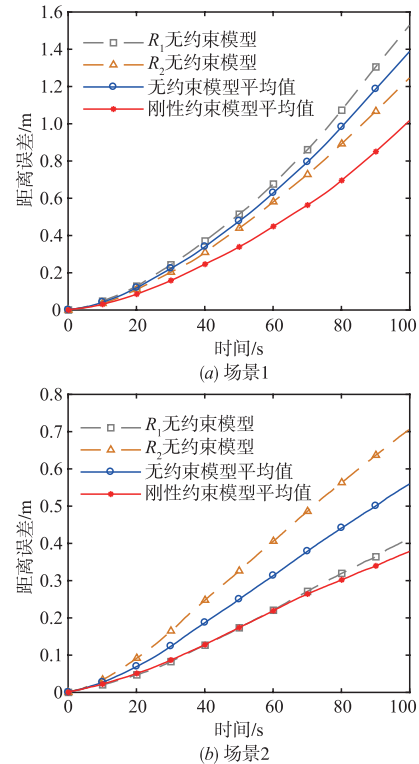


图3 航迹推算蒙特卡罗仿真平均误差

5.2 基于刚性约束的双机器人 QKF 协同定位实验与评估

从实验一的性能对比结果可知,航迹推算仅利用了运动模型,会导致定位误差随运动距离不断增加。考虑到协同定位能够有效利用机器人之间的相对量测信

息来对累积误差进行补偿,从而改善多机器人整体定位精度,实验二将对所提出基于刚性约束的 QKF 协同定位方法进行仿真验证.此外,实验二还添加一个新的仿真场景(场景3),其中两机器人的初始位置分别为(5m,3m)和(3m,5m),初始方位角均为 45° .与场景1和2不同的是,该场景内的机器人线速度和角速度的变化量是随机的,因此每次实验会得到不同的运动轨迹.

为充分验证所提出算法的优越性,在三个仿真场景下分别对以下几种协同定位方法进行性能评估:

(1) RCM-QKF 即本文提出的基于刚性约束模型(Rigid Constraint Model,RCM)和 QKF 的协同定位方法.

(2) UM-EKF^[12] 是使用无约束模型(Unconstrained Model,UM),并结合 EKF 进行位姿估计的协同定位方法.

(3) UM-QKF 为基于 UM 和 QKF 的协同定位方法.

在使用无约束模型的协同定位方法中,相对距离和相对方位的量测噪声方差分别为 $\sigma_d^2 = (0.08\text{m})^2$ 和 $\sigma_\alpha^2 = (0.05\text{rad})^2$;在基于刚性约束模型的方法中,用于测量刚体姿态的角度传感器量测噪声方差为 $\sigma_\gamma^2 = (0.05\text{rad})^2$.所有量测数据更新频率均为 1Hz,QKF 中的高斯-厄米特求积分点数取 $m = 3$ 个.Roumeliotis 等^[21]通过线性可观性分析指出,仅使用相对量测的多机器人协同定位系统是不可观的,但是可以通过提供其中部分机器人的全局信息来使得系统可观.为了保证滤波器的收敛,本实验假设机器人 R_1 能够得到绝对位置量测(可通过 GPS、无线传感器网络定位等方式获得),其在 x 轴和 y 轴方向上的量测噪声方差 $\sigma_{x_{abs}}^2 = \sigma_{y_{abs}}^2 = (0.01\text{m})^2$.

本实验在场景1和2的定位轨迹及误差结果如图4、5所示.与5.1中航迹推算相比,协同定位方法使定位误差得到了显著改善.此外从图中可知,尽管只引入了单个机器人的绝对量测信息,但每个机器人的漂移误差均得到了抑制,表明该信息可被协同定位充分利用从而使得所有机器人受益.

图6展示了场景1~3中经过50次蒙特卡罗仿真后得到的平均定位误差,并根据式(31)(S 为每次仿真的总采样次数, N 为机器人个数)分别计算出它们的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE),以对不同定位方法性能进行进一步量化(如表1所示).

$$\text{RMSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{k=1}^S [(\hat{x}_{i,k} - x_{i,k}^{\text{ref}})^2 + (\hat{y}_{i,k} - y_{i,k}^{\text{ref}})^2]} \quad (31)$$

从表1结果可知,RCM-QKF 具有最高的定位精度,平均 RMSE 为 0.0425m. UM-EKF 定位误差最大,其平均 RMSE 为 0.1176m,而 UM-QKF 较 UM-EKF 具有更高

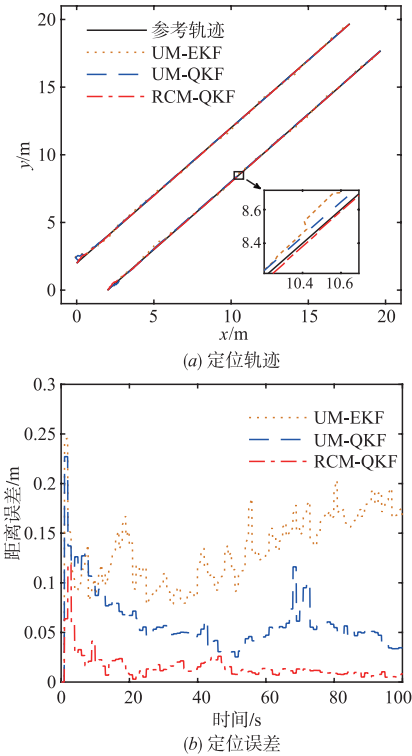


图4 场景1协同定位结果对比

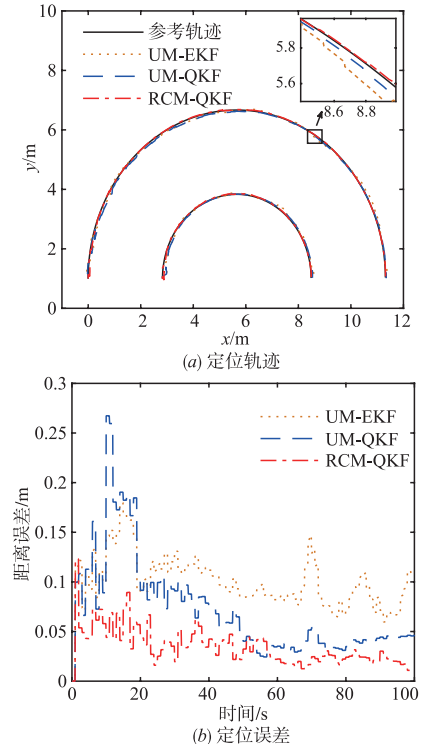


图5 场景2协同定位结果对比

的定位精度,平均 RMSE 为 0.0769m,这是由于 QKF 的滤波精度高于 EKF 进而带来定位精度的改善.但是,UM-QKF 协同定位误差仍高于 RCM-QKF,RCM-QKF 定

位精度较 UM-EKF 和 UM-QKF 分别提高了 63.9% 和 44.7%。由此表明,所提出的刚性约束模型在使用相同滤波器的情况下,可有效提高协同定位精度。

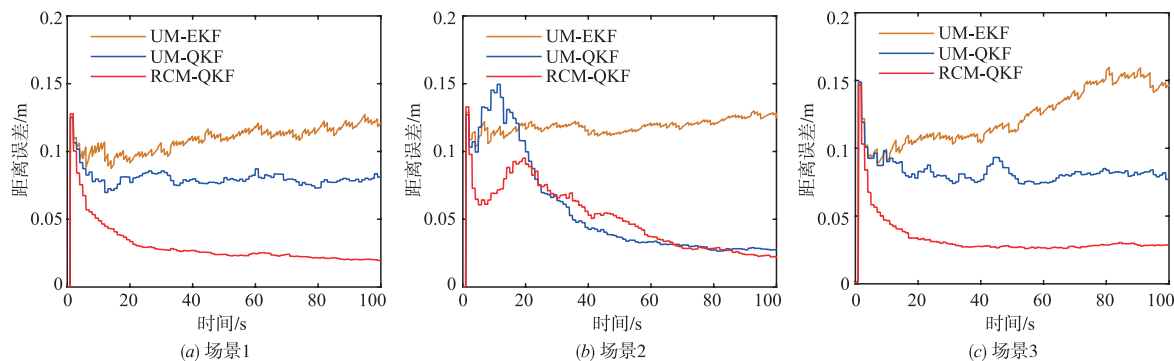


图6 协同定位蒙特卡罗仿真平均误差

表 1 协同定位结果 RMSE 对比

实验场景	均方根误差 (m)		
	UM-EKF	UM-QKF	RCM-QKF
场景 1	0.1092	0.0803	0.0347
场景 2	0.1184	0.0673	0.0557
场景 3	0.1253	0.0831	0.0371
均值	0.1176	0.0769	0.0425

5.3 计算复杂度分析

协同定位既要满足任务定位精度的需求,同时在实际应用中还要保证较高的计算效率以满足实时性需求.因此,计算效率被认为是衡量定位算法性能的另一个重要指标.为了评估不同协同定位方法的计算效率,我们首先通过时间复杂度分析对三种方法进行定性评估,然后根据仿真实验统计数据对计算复杂度进行量化.

UM-EKF 使用传统 EKF 对状态进行递归估计,其时间复杂度为 $O(n_x^3)$ ^[22],其中 n_x 为状态向量维数. UM-QKF 和 RCM-QKF 则使用 QKF 进行滤波,在 m 点 QKF 中,积分点向量与权值集合 $\{\xi_i, a_i\}_{i=1}^l$ ($l = m^n$) 中的元素数量随状态维数的增加呈指数级增长,其时间复杂度为 $O(m^n n_x^2)$ ^[23]. 在本文实验中,UM-EKF 和 UM-QKF 的待估计状态量均为 6 个,RCM-QKF 则只需估计 4 个状态量,UM-QKF 和 RCM-QKF 均使用 3 点 QKF,三种方法的时间复杂度如图 7 所示.从图中可以看出,RCM-QKF 的时间复杂度介于 UM-QKF 和 UM-EKF 之间,但远小于 UM-QKF,其通过状态降维可对时间复杂度进行显著改善.

为了进一步对上述几种协同定位方法的计算效率进行定量分析,我们对 5.2 实验中每次蒙特卡罗仿真的平均计算时间进行了统计(如表 2 所示).

由表 2 可知,在基于无约束模型的协同定位中,UM-QKF 的计算时间远远大于 UM-EKF,约为它的 75 倍,虽然 EKF 较 QKF 具有更低的计算复杂度,但由于 EKF 的高效率是通过牺牲滤波精度得到的,因此,在一

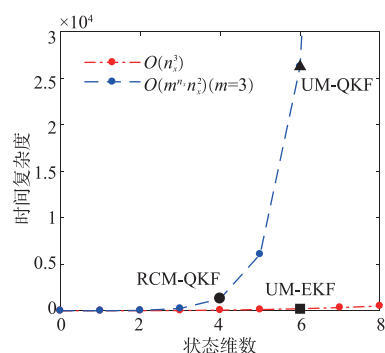


图7 时间复杂度对比

些对定位精度要求较高的任务中难以满足应用需求.在使用 QKF 的协同定位方法中,基于刚性约束模型的协同定位方法计算速度约为无约束模型的 6.3 倍,这是本文所提出的 RCM-QKF 利用约束条件对待估计状态量进行降维实现的,更重要的是,RCM-QKF 的定位误差比 UM-QKF 更小,实现了速度与精度的双重提高.

表 2 不同协同定位方法计算时间对比

实验场景	平均计算时间 (s)		
	UM-EKF	UM-QKF	RCM-QKF
场景 1	0.0490	3.6946	0.5848
场景 2	0.0501	3.7380	0.5963
场景 3	0.0506	3.7580	0.5966
均值	0.0499	3.7302	0.5926

综上所述,RCM-QKF 在不同场景下的定位精度均优于 UM-EKF 和 UM-QKF,其最大优势为能够在保证定位精度同时,具有较高的计算效率,实验和性能对比结果验证了所提出刚性约束模型及协同定位方法的优越性.

6 结论

针对双移动机器人协作搬运任务中现有协同定位方法难以同时兼顾定位精度和计算效率的问题,本文首先提出一种基于刚性约束的双机器人系统模型.与传统无约束模型相比,该模型充分利用刚性约束条件

并将定位误差分散至每个机器人,从而减缓了航迹推算累积误差的增长速度.在此刚性约束模型的基础上,提出了一种基于高斯-厄米特求积分卡尔曼滤波器的协同定位方法.该方法巧妙利用刚性约束条件以实现待估计状态量的有效降维,更重要的是可摆脱对外部传感器的数据信息依赖,便于实际应用.仿真结果表明,所提出的协同定位方法能在保证定位精度的前提下,显著降低计算复杂度,从而有助于将其应用到实际应用条件下的多机器人实时协同定位中.未来将进一步研究如何兼容不同类型约束条件的协同定位方法,以提高其通用性与普适性.

参考文献

- [1] TAGLIABUE A, KAMEL M, SIEGWART R, et al. Robust collaborative object transportation using multiple MAVs [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2019, 38(9): 1020 – 1044.
- [2] 顾大强, 郑文钢. 多移动机器人协同搬运技术综述[J]. *智能系统学报*, 2019, 14(01): 24 – 31.
GU Da-qiang, ZHENG Wen-gang. Technology for cooperative transportation by multiple mobile robots [J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2019, 14(01): 24 – 31. (in Chinese)
- [3] TUCI E, ALKILABI M H, AKANYETI O. Cooperative object transport in multi-robot systems; A review of the state-of-the-art [J]. *Frontiers in Robotics and AI*, 2018, 5: 59.
- [4] EOH G, JEON J D, OH J H, et al. Cooperative object transportation using parallel line formation with a circular shift [J]. *Robotica*, 2017, 35(6): 1341 – 1364.
- [5] LAI M G, ZENG W T, JUANG C F. Navigation for two fuzzy controlled cooperative object-carrying robots in concave maps with the consideration of dead-cycle problem [A]. *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems* [C]. Vancouver, Canada: IEEE, 2016. 1905 – 1909.
- [6] MELLINGER D, SHOMIN M, MICHAEL N, et al. Cooperative grasping and transport using multiple quadrotors [A]. *Proceedings of the 11th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems* [C]. Baltimore, MD, USA: Springer, 2012. 545 – 558.
- [7] 曹其新, 杜建军, 冷春涛, 等. 用于协作搬运的全方位移动式多 AGV 系统 [J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2013, 41(S1): 550 – 556.
CAO Qi-xin, DU Jian-jun, LENG Chun-tao, et al. Omnidirectional moving multi-AGVs system for cooperation transport [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2013, 41(S1): 550 – 556. (in Chinese)
- [8] LOIANNIO G, KUMAR V. Cooperative transportation using small quadrotors using monocular vision and inertial sensing [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2017, 3(2): 680 – 687.
- [9] 黄庆成, 罗荣华. 一种多移动机器人主动协同定位方法的研究 [J]. *电子学报*, 2010, 38(11): 2644 – 2648.
HUANG Qing-cheng, LUO Rong-hua. An active cooperative localization method for mobile robots [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(11): 2644 – 2648. (in Chinese)
- [10] 王玲, 邵金鑫, 万建伟, 等. 多机器人定位中基于熵的分布式观测量选择方法 [J]. *电子学报*, 2007, 35(2): 333 – 336.
WANG Ling, SHAO Jin-xin, WAN Jian-wei, et al. Distributed entropy based relative observation selection for multi-robot localization [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(2): 333 – 336. (in Chinese)
- [11] KIA S S, ROUNDS S, MARTINEZ S. Cooperative localization for mobile agents; A recursive decentralized algorithm based on Kalman-filter decoupling [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2016, 36(2): 86 – 101.
- [12] 王玲, 刘云辉, 万建伟, 等. 基于相对方位的多机器人合作定位算法 [J]. *传感技术学报*, 2007, 20(4): 794 – 799.
WANG Ling, LIU Yun-hui, WAN Jian-wei, et al. Multi-robot cooperative localization based on relative bearing [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2007, 20(4): 794 – 799. (in Chinese)
- [13] BURCHETT B T. Unscented Kalman filters for range-only cooperative localization of swarms of munitions in three-dimensional flight [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 85: 259 – 269.
- [14] 华承昊, 窦丽华, 方浩. 多机器人最大熵博弈协同定位算法 [J]. *国防科技大学学报*, 2014, 36(2): 192 – 198.
HUA Cheng-hao, DOU Li-hua, FANG Hao. A new cooperative localization algorithm based on maximum entropy gaming [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2014, 36(2): 192 – 198. (in Chinese)
- [15] LIU J, CAI B G, WANG J. Cooperative localization of connected vehicles; Integrating GNSS with DSRC using a robust cubature Kalman filter [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, 18(8): 2111 – 2125.
- [16] INDELMAN V, GURFIL P, RIVLIN E, et al. Distributed vision-aided cooperative localization and navigation based on three-view geometry [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2012, 60(6): 822 – 840.
- [17] NILSSON J O, ZACHARIAH D, SKOG I, et al. Cooperative localization by dual foot-mounted inertial sensors and inter-agent ranging [J]. *EURASIP Journal on Advances in*

- Signal Processing, 2013, 2013(1):164.
- [18] LI W. Notion of control-law module and modular framework of cooperative transportation using multiple nonholonomic robotic agents with physical rigid-formation-motion constraints[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 46(5):1242-1248.
- [19] ARASARATNAM I, HAYKIN S, ELLIOTT R J. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss-Hermite quadrature[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(5):953-977.
- [20] 刘玉磊,冯新喜,鹿传国,等.带渐消因子的 Quadrature 卡尔曼滤波[J].宇航学报,2013,34(10):1370-1377.
LIU Yu-lei, FENG Xin-xi, LU Chuan-guo, et al. A fading quadrature Kalman filter for nonlinear systems[J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(10):1370-1377. (in Chinese)
- [21] ROUMELIOTIS S I, BEKEY G A. Distributed multirobot localization[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2002, 18(5):781-795.
- [22] VALADE A, ACCO P, GRABOLOS A P, et al. A study about Kalman filters applied to embedded sensors[J]. Sensors, 2017, 17(12):2810.
- [23] CLOSAS P, VILA-VALLS J, FERNANDEZ-PRADES C. Computational complexity reduction techniques for quadrature Kalman filters[A]. Proceedings of the IEEE 6th International Workshop on Computational Advances in Multi-sensor Adaptive Processing[C]. Cancun, Mexico: IEEE, 2015. 485-488.

作者简介



刘剑锋 男,1993年12月生于河南桐柏.现为河南科技大学信息工程学院博士研究生.主要研究方向为组合导航、多机器人智能系统.
E-mail:liu_jfeng@163.com



孙力帆(通信作者) 男,1982年3月生于河南洛阳.现为河南科技大学信息工程学院副教授、硕士生导师.主要研究方向为雷达目标跟踪、视频目标跟踪、多源信息融合、人工智能与机器人.
E-mail:lifan_sun@126.com



普杰信 男,1959年3月生于河南鹿邑.现为河南科技大学信息工程学院教授、博士生导师.主要研究方向为智能信息处理与模式识别、人工智能与认知计算、智能机器人控制.
E-mail:pjx@haust.edu.cn



何子述 男,1962年10月生于四川新繁.现为电子科技大学信息与通信工程学院教授、博士生导师.主要研究方向为雷达信号与信息处理、自适应及阵列信号处理、MIMO 雷达与通信.
E-mail:zshe@uestc.edu.cn



王燕玲 女,1976年6月生于山西省晋城.现为河南科技大学信息工程学院博士研究生,洛阳师范学院副教授,主要从事目标跟踪方法研究.
E-mail:ling_scu@163.com